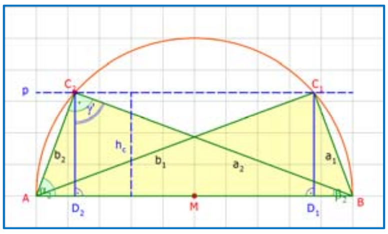
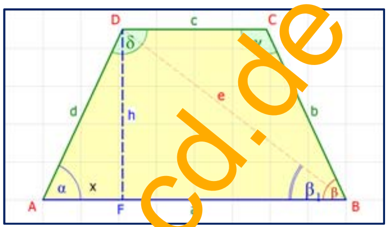
Trigonometrie-Training

Rechtwinklige Dreiecke



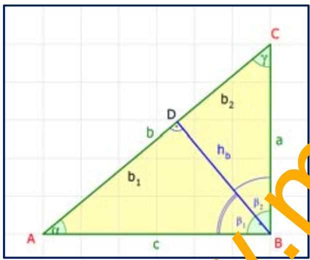
und Vierecke



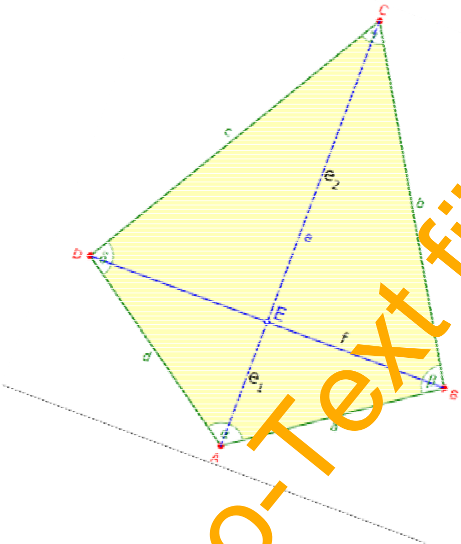
konstruieren

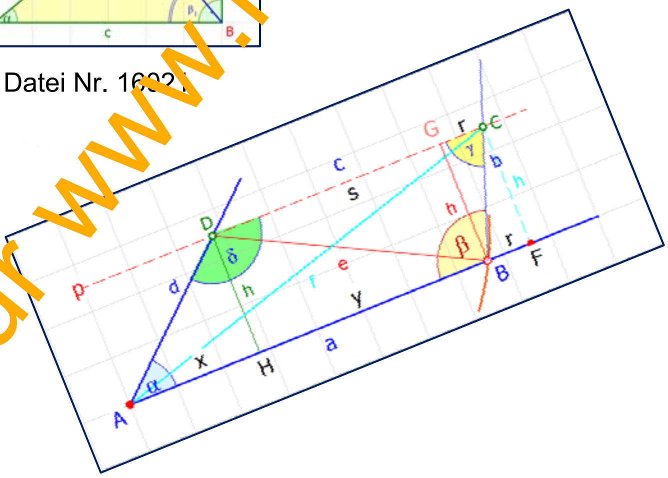
und

berechnen



Datei Nr. 16021





Stand: 15. Mai 2024

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

UND STUDIUM

https://mathe-cd.de

Hinweise

In diesem Text werden einfache bis sehr schwere Dreiecken und Vierecke vorgestellt. Man kann ihre Strecken und Winkel mittels rechtwinkliger Teildrecke mit **sin**, **cos** und **tan** berechnen.

Es gibt jedoch sehr oft verschiedene Lösungsmöglichkeiten. Beispielsweise löse ich mit Tangens, man könnte aber auch den Kosinus verwenden. Ich beschränke mich auf einen Lösungsweg. Wenn jemand einen anderen Weg beschreitet, sollte er/sie auf dasselbe Ergebnis kommen.

Doch es gibt Abweichungen. Diese hängen davon ab, wie sehr man die Taschenrechnerergebnisse rundet. Ich runde sehr oft nur auf eine Dezimale. Rechne ich mit dieser weiter, hat das nächste Ergebnis vielleicht andere Dezimalen als jemand, der mit zwei gerundeten Stellen weiterrechnet.

Sie werden fragen: Was ist dann richtig oder falsch?
Die banale Antwort lautet: Wenn kein Rechenfehler enthalten ist, kann man Ergebnisse, die durch verschiedene Rundungen entstehen als gleichwertig ansehen. Es sind eben Näherungswerte.

Früher war man ganz exakt. Da gab es die Vorschrift, dass man das Ergebnis an der Genauigkeit der gegebenen Größen orientieren soll. Wenn also a = 4,00 cm gegeben ist, dann ist das eine viel genauere Angabe als a = 4 cm. Denn wenn 4 cm eine gerundete Angabe ist, dann liegt die wahre Größe von a zwischen 3,5 und 4,5 cm, die gerundet 4 ergeben, a = 4,0 cm ist schon genauer, denn die wahre Länge liegt dann im Bereich 3,95 bis 4,05 usw.

Ich bin hier großzügig und ungenau. Ziel dieses Textes ist es, Methoden aufzuzeigen, wie man Strecken und Winkel berechnen kann. **Methoden-Lernen ist das Ziel.**
Dabei ist mir die Genauigkeit des Ergebnisses egal. Um die kann man sich kümmern, wenn man Präzisionsaufgaben zu lösen hat.

Oftmals liefert der **Satz des Pythagoras** eine schnellere Lösung.
Ich schreibe sie auch oft als zweite Option dazu. Aber streng genommen wollen wir hier trigonometrische Verfahren üben. Das zeige ich, auch wenn man eine Zeile mehr braucht als mit dem Pythagoras.

Es gibt noch Berechnungsverfahren für nicht-rechtwinklige Dreiecke: Der Sinussatz und der Kosinussatz. Sie werden in vorliegendem Text nicht verwendet. Sondern erst in den Texten 16025, 16032 und 16050

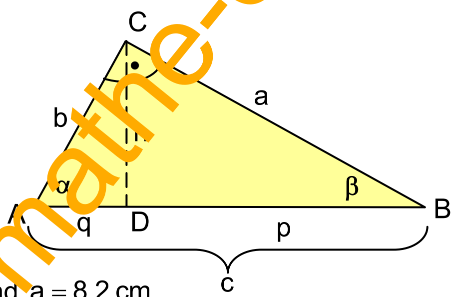
Kurze Trainingsaufgaben 1

Berechne die fehlenden Stücke eines rechtwinkligen Dreiecks mit $\gamma = 90^O$.
Verwende möglichst nur die gegeben Stücke, denn wenn man eine (falsch) berechnete Größe weiter verwendet, gibt es Folgefehler. *Verwende hier bitte nicht den Satz des Pythagoras.*

a) $a = 47{,}0\text{ cm}$ und $\beta = 38{,}0^O$
b) $\alpha = 32{,}0^O$ und $c = 6{,}4\text{ cm}$
c) $a = 6{,}0\text{ cm}$ und $b = 2{,}5\text{ cm}$
d) $a = 120{,}0\text{ cm}$ und $\alpha = 41{,}0^O$
e) $a = 15{,}8\text{ m}$ und $c = 24{,}3\text{ m}$
f) $b = 39{,}2\text{ km}$ und $c = 56{,}4\text{ km}$

Kurze Trainingsaufgaben 2

Berechne p, q und h im Dreieck ABC
(1) trigonometrisch und
(2) mit Kathetensatz und Höhensatz (falls möglich)



a) a = 7,0 cm und c = 9,0 cm
b) $\alpha = 48^0$ und b = 3,8 cm
c) $\beta = 28^O$ und $a = 8{,}2\text{ cm}$
d) $\alpha = 48^0$ und $a = 8{,}2\text{ cm}$
e) c = 16,0 cm und $\alpha = 84^O$
f) c = 9,3 cm und $\beta = 56^O$

Hilfe: Höhensatz $\boxed{h^2 = p \cdot q}$

Kathetensatz: $\boxed{a^2 = p \cdot c}$ und $\boxed{b^2 = q \cdot c}$

Trainingsaufgaben 3

Berechne die fehlenden Stücke der Dreiecke (siehe Abbildung oben)

a) p = 4,5 cm und $\beta = 32^O$
b) h = 4,2 cm und q = 3,6 cm
c) $\alpha = 64{,}3^O$ und h = 6,2 cm
d) a = 7,3 cm und h = 5,2 cm
e) a = 12,0 cm und b = 3,3 cm
f) $\alpha = 32{,}4^O$ und p = 6,5 cm

Trainingsaufgaben 4

Berechne die fehlenden Stücke der Dreiecke (siehe Abbildung oben)

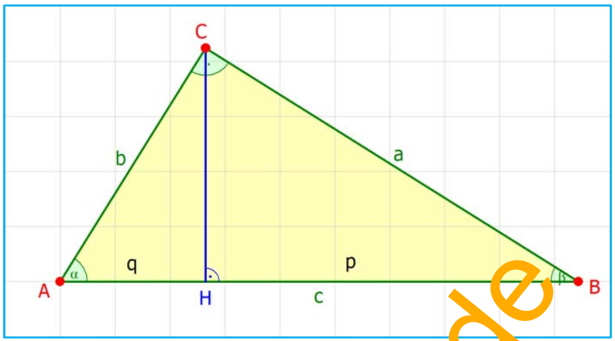
a) p = 4,0 cm und q = 6,0 cm
b) c = 9,0 cm und q = 5,0 cm
c) a = 5,0 cm und q = 4,5 cm
d) b = 6,8 cm und p = 5,5 cm

Aufgabe 11

In einem Dreieck sei

$\gamma = 90°$, $a = 8$ cm und $b = 5$ cm.

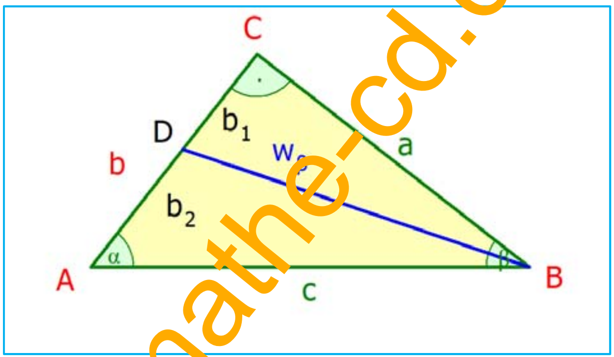
Berechne der Reihe nach
(ohne den Satz des Pythagoras)
α, c, β, h_c, q und p.



Aufgabe 12

Gegeben: $a = 4$ cm, $\beta = 38^{O}$, $\gamma = 90^{0}$

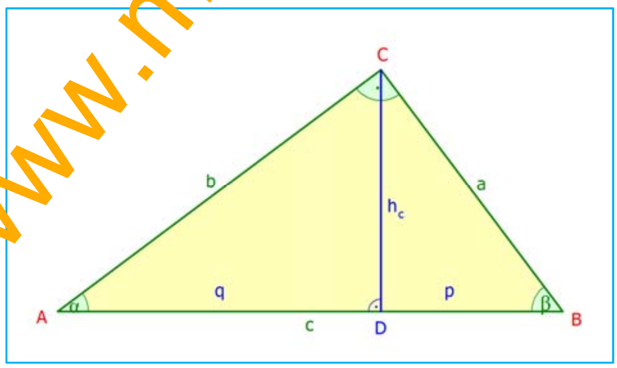
Berechne b, c, α, die Winkelhalbierende w_β sowie die Abschnitte b_1 und b_2.



Aufgabe 13

Gegeben: $a = 6{,}0$ cm, $c = 10{,}0$ cm und $\gamma = 90°$

Berechne α, β, b, h_c sowie p und q.

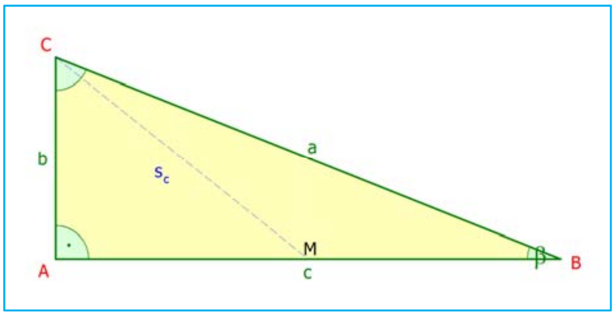


Aufgabe 14

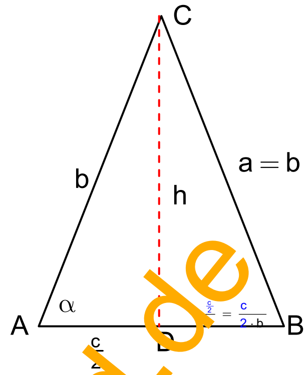
Gegeben: $b = 4{,}0$ cm, $s_c = 6{,}4$ cm und $\alpha = 90°$

Konstruiere das Dreieck ABC.

Berechne c, β, γ, a, h_a.



Trainingsaufgaben 20



Berechnen die fehlenden Stücke der **gleichschenkligen Dreiecke**.

a) $\alpha = 63^{\circ}$ und b = 6,8 cm b) $\alpha = 50^{\circ}$ und c = 7,6 cm

c) $\gamma = 48^{\circ}$ und c = 5,8 cm d) $\gamma = 48^{\circ}$ und a = 12,0 cm

e) b = 6,2 cm und h = 4,8 cm f) $\beta = 78^{\circ}$ und h = 16,2 cm

g) c = 4,2 cm und h = 7,9 cm h) h = 8,8 cm und $\gamma = 12{,}6^{\circ}$

Trainingsaufgaben 21

Berechne die fehlenden Stücke der **Parallelogramme**, sowie ihren Flächeninhalt.

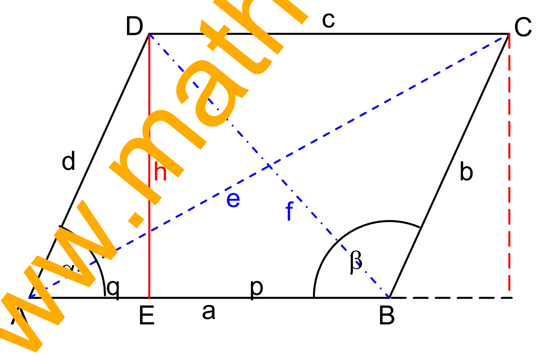
a) a = 10,0 cm, $\alpha = 50^{\circ}$ und d = 6,5 cm

b) a = 12,5 cm, b = 6,2 cm und h = 5,0 cm

c) $\alpha = 80^{\circ}$, h = 6,6 cm und a = 4,2 cm

d) a = 8,0 cm, $\alpha = 48^{\circ}$ und e = 9,6 cm

e) d = 6,0 cm, h = 5,0 cm und f = 8,0 cm

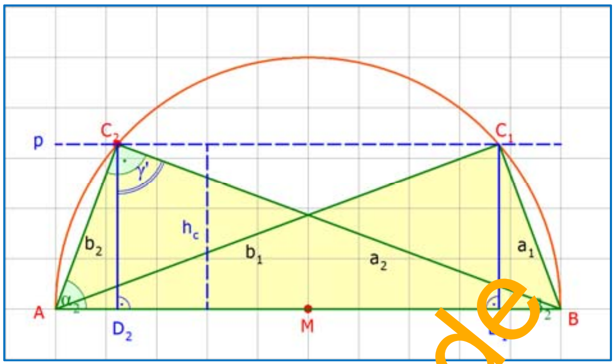


Aufgabe 31 (schwer!)

Gegeben: $c = 10{,}0$ cm, $h_c = 3{,}5$ cm und $\gamma = 90^0$

Gesucht α, β, a und b.

Konstruiere zuerst das Dreieck.

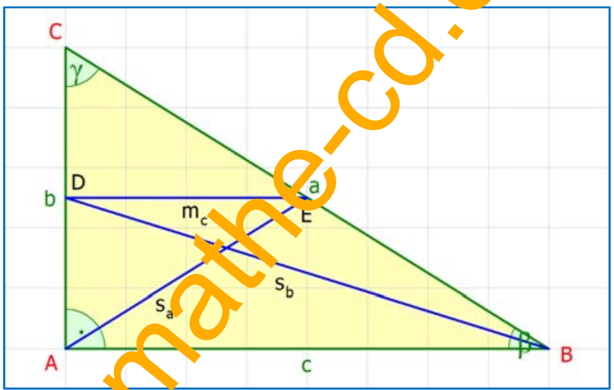


Aufgabe 32 (schwer!)

Gegeben: c = 8,0 cm, $\alpha = 90^O$ und die

Seitenhalbierende $s_b = 8{,}4$ cm.

Konstruiere das Dreieck und berechne q, b und die Seitenhalbierende s_a.

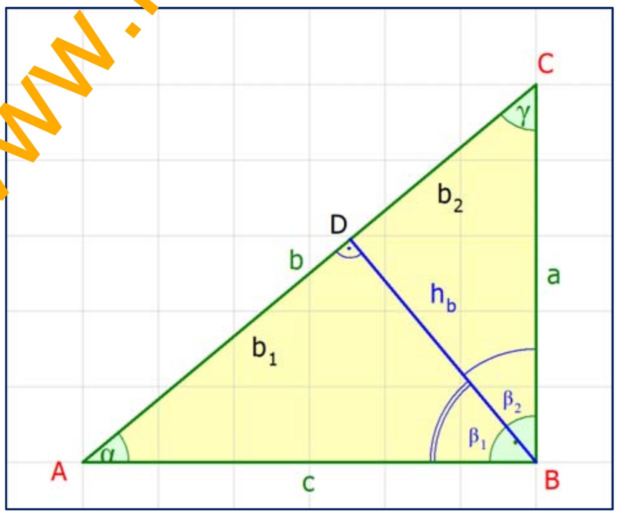


Aufgabe 33 (schwer!)

Gegeben: $\alpha = 40^\circ$, $h_b = 3{,}9$, $\beta = 90^O$

Konstruiere das Dreieck.

Berechne die Dreiecksseiten.

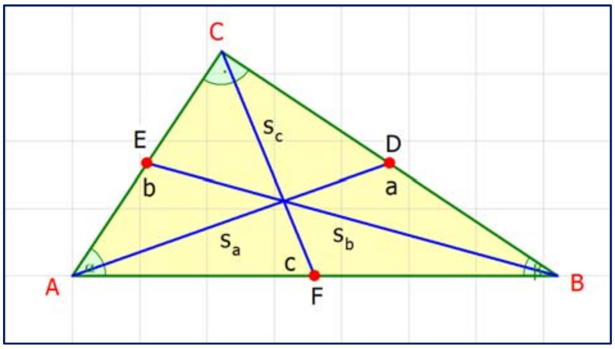


Aufgabe 34 (schwer!)

Gegeben: c = 8,0 cm, $\gamma = 90^O$ und die

Seitenhalbierende $s_b = 8{,}4$ cm.

Konstruiere das Dreieck und berechne q, b und die Seitenhalbierenden s_a und s_c.

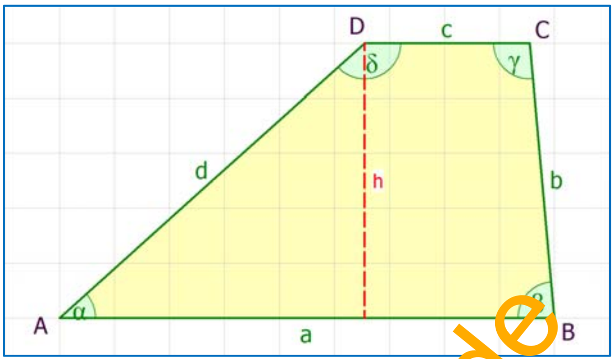


Aufgabe 35

Konstruiere ein Dreieck aus a = 5 cm, b = 8 cm und $\alpha = 35^\circ$.

Berechne die Grundseite c und den Flächeninhalt.

Aufgabe 41



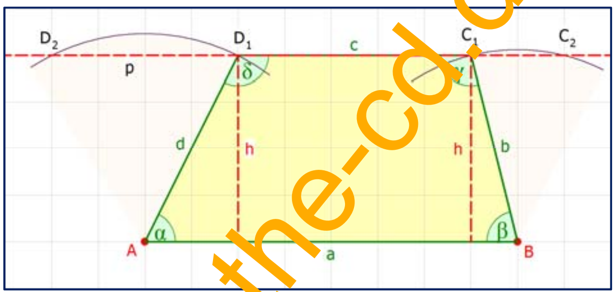
Gegeben ist ein Trapez durch

a = 9,0 cm, c = 3,0 cm, h = 5,0 cm und $\alpha = 42{,}0^{\circ}$.

Konstruiere das Trapez und berechne

d, x, y, δ, β, γ und b .

Aufgabe 42

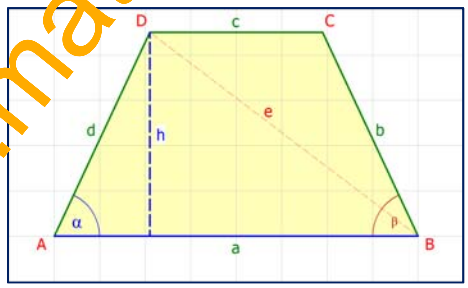


Gegeben ist ein Trapez durch

a = 8 cm, b = 4,12 cm,

d = 4,47 cm, h = 4,0 cm.

Aufgabe 43



Von einem **gleichschenkligen Trapez** kennt man

$a = 8$ cm, $d = 5$ cm und $\alpha = 42^{\circ}$

Konstruiere das Trapez und berechne

γ, h ,c und e .

Aufgabe 44

Von einem **gleichschenkligen Trapez** kennt man $c = 6$ cm, $h = 4$ cm und $\delta = 120^{\circ}$

Konstruiere das Trapez und berechne α. a ,d und e .

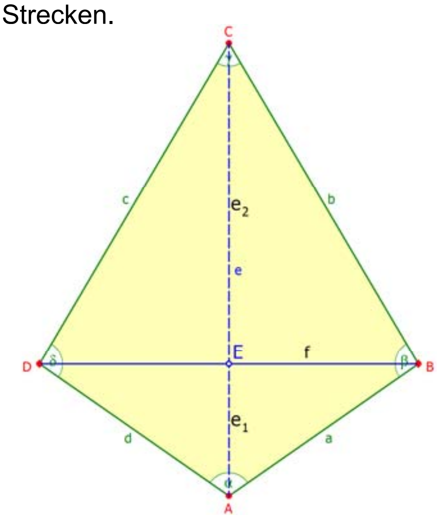
Aufgabe 45 (sehr schwer)

Von einem **Trapez** kennt man $\alpha = 52^{\circ}$, $\beta = 110^{\circ}$, $e = 5{,}5$ cm und $h = 2{,}5$ cm.

Konstruiere das Trapez und berechne die restlichen Winkel und Strecken.

Es darf auch der Satz des Pythagoras verwendet werden.

Aufgabe 46



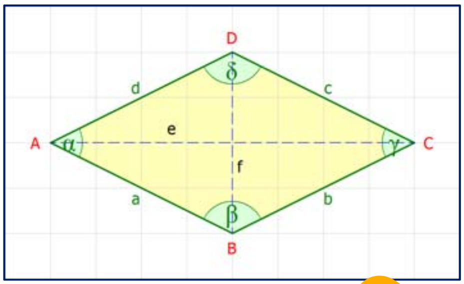
Gegeben ist ein **Drachen** durch diese Angaben:

$\alpha = 110^{\circ}$, $e = 12{,}0$ cm und f = 10,0 cm.

Konstruiere den Drachen

und berechne fehlende Strecken und Winkel.

Aufgabe 47



Zeichne eine **Raute (Rhombus)** aus den

Stücken $\alpha = 65^{\circ}$ und $b = 5{,}0$ cm.

Berechne die restlichen Seiten, Diagonalen und Winkel.

Aufgabe 48

Erstelle eine Formel, mit der man die Länge der Diagonalen f aus a und β berechnen kann.

Lösungen